

- 1) La machine la plus simple qu'on peut concevoir possède 4 rubans :
- 1^{er} ruban contenant le premier nombre à additionner
 - 2^{ème} ruban contenant le deuxième nombre à additionner
 - 3^{ème} ruban contenant la retenue
 - 4^{ème} ruban contenant le résultat de l'addition

Illustration de l'addition de 1101+1001 :

1101b...
 1001b...
 bb...
 bbbbb

1101b...
 1001b...
 0bbbb ...
 bbbbb...

1101b...
 1001b...
 0bbbb
 b0000b

110bb...
 100bb...
 1bbbb
 b0000b

11bbb...
 10bbb...
 0bbbb
 b0010b

1bbbb...
 1bbbb...
 0bbbb
 b0110b

bbbbbb...
 bbbbb...
 0bbbb
 10110b

- 2) La fonction de transition de la machine de Turing est la suivante:

$(q_0, (0, 0, b, b)) \rightarrow (q_1, (0, 0, 0, b), (R, R, S, R))$
 $(q_0, (0, 1, b, b)) \rightarrow (q_1, (0, 1, 0, b), (R, R, S, R))$
 $(q_0, (1, 0, b, b)) \rightarrow (q_1, (1, 0, 0, b), (R, R, S, R))$
 $(q_0, (1, 1, b, b)) \rightarrow (q_1, (1, 1, 0, b), (R, R, S, R))$

$(q1,(0,0,0,b)) \rightarrow (q1,(0,0,0,0),(R,R,S,R))$
 $(q1,(0,1,0,b)) \rightarrow (q1,(0,1,0,0),(R,R,S,R))$
 $(q1,(1,0,0,b)) \rightarrow (q1,(1,0,0,0),(R,R,S,R))$
 $(q1,(1,1,0,b)) \rightarrow (q1,(1,1,0,0),(R,R,S,R))$
 $(q1,(b,b,0,b)) \rightarrow (q2,(b,b,0,0),(L,L,S,S))$

$(q2,(0,0,0,0)) \rightarrow (q3,(b,b,0,0),(S,S,S,L))$
 $(q2,(0,0,1,0)) \rightarrow (q3,(b,b,0,1),(S,S,S,L))$
 $(q2,(0,1,0,0)) \rightarrow (q3,(b,b,0,1),(S,S,S,L))$
 $(q2,(0,1,1,0)) \rightarrow (q3,(b,b,1,0),(S,S,S,L))$
 $(q2,(1,0,0,0)) \rightarrow (q3,(b,b,0,1),(S,S,S,L))$
 $(q2,(1,0,1,0)) \rightarrow (q3,(b,b,1,0),(S,S,S,L))$
 $(q2,(1,1,0,0)) \rightarrow (q3,(b,b,1,0),(S,S,S,L))$
 $(q2,(1,1,1,0)) \rightarrow (q3,(b,b,1,1),(S,S,S,L))$

$(q3,(b,b,0,0)) \rightarrow (q2,(b,b,0,0),(L,L,S,S))$
 $(q3,(b,b,1,0)) \rightarrow (q2,(b,b,1,0),(L,L,S,S))$
 $(q3,(b,b,0,b)) \rightarrow (q4,(b,b,b,0),(S,S,S,S))$
 $(q3,(b,b,1,b)) \rightarrow (q4,(b,b,b,1),(S,S,S,S))$

q0 : état initial

q4 : état d'arrêt

3) Complexité spatiale :

$n + n+1 + (n+1) = 3n+2$ cases utilisées

$O(n)$

4) Complexité temporelle

$1 + n + (2n-1) = 3n$ transitions effectuées

$O(n)$

Prof. Habiba Drias