

**TD4**

**Prof. Habiba Drias**

## Exercices

### Exercice 4.1

Considérer un tableau constitué des  $n$  premiers nombres entiers  $(1, 2, \dots, n)$ . Une méthode de détermination des nombres premiers inférieurs au sens large à  $n$ , consiste à considérer le nombre 2 qui est premier puis à éliminer tous les nombres multiples de 2 car ils ne sont pas premiers, ensuite itérer ce processus en continuant avec le nombre suivant non éliminé c'est-à-dire 3 jusqu'à traiter tous les entiers du tableau.

- 1) Illustrer chaque itération du procédé de calcul des nombres premiers décrit ci-dessus sur les 10 premiers nombres entiers
- 2) Ecrire un algorithme de calcul et d'impression des nombres premiers inférieurs au sens large à  $n$ .
- 3) Calculer la complexité de l'algorithme.

### Exercice 4.2

Ecrire des algorithmes pour évaluer les expressions arithmétiques formées avec les opérateurs  $+$  et  $*$ , écrites selon l'ordre

- 1) préfixé
- 2) infixé
- 3) post-fixé

Calculer leur complexité.

### Exercice 4.3

Une grammaire à contexte libre en forme normale de Chomsky est une grammaire définie avec le quadruplé  $(N, \Sigma, P, S)$  où

- $N$  est l'ensemble des symboles non terminaux
- $\Sigma$  est un ensemble de symboles terminaux
- $P$  est l'ensemble des productions qui sont de la forme  $A \rightarrow BC$  ou  $A \rightarrow a$  où  $A, B, C \in N$  et  $a \in \Sigma$
- $S$  est l'axiome

Nous écrivons  $\alpha A \gamma \Rightarrow \alpha \beta \gamma$  si  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  sont des chaînes de symboles non terminaux et de symboles terminaux et  $A \rightarrow \beta \in P$ .  $L(G)$ , le langage engendré par  $G$  est l'ensemble des chaînes de terminaux

$\{w \mid S \Rightarrow w\}$  où  $\Rightarrow$  est la fermeture réflexive et transitive de  $\Rightarrow$ .

- 1) Ecrire un algorithme pour déterminer si  $w = a_1 a_2 \dots a_n \in L(G)$ .
- 2) Quelle est sa complexité ?

Indication : Soit  $m_{ij} = \{A \mid A \in N \text{ et } A \Rightarrow a_i a_{i+1} \dots a_j\}$ ,  $w \in L(G)$  si et seulement si  $S \in m_{1n}$ . Utiliser la programmation dynamique pour calculer les  $m_{ij}$ .

### Exercice 4.4

- 1) Ecrire la version itérative de résolution du problème de la tour de Hanoi.
- 2) Calculer sa complexité.
- 3) Illustrer votre algorithme sur une tour de Hanoi à 3 disques.